

# Rumus rumus untuk ujian masuk ANP Studienkolleg/FORMELSAMMLUNG

(TIDAK UNTUK DI PERJUAL BELIKAN DAN DI PERBANYAK)

## Himpunan

### Reelle Zahlen

11

Zahlenmengen - Mengendiagramm

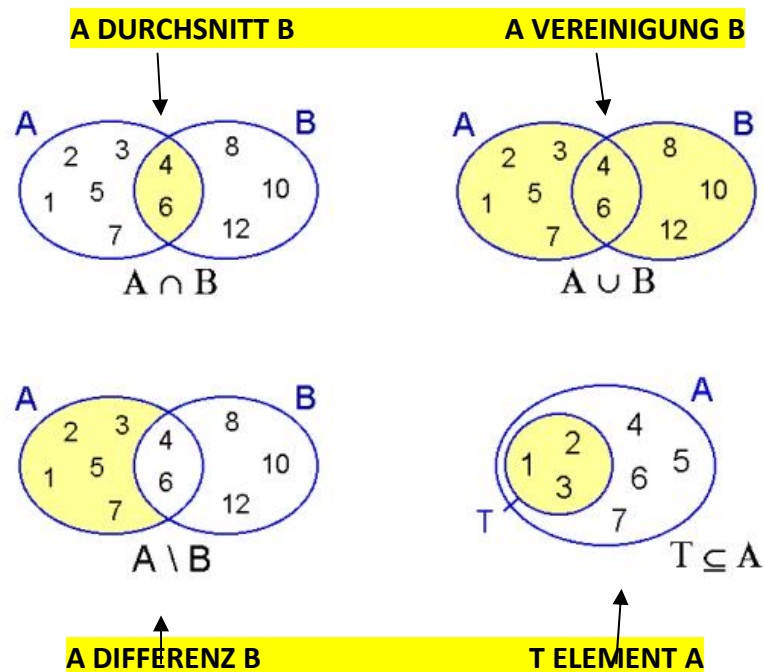
R: Reelle Zahlen  
Q: Rationale Zahlen {z.B.  $\frac{1}{2}$ , 0.25, 3.4, ...}  
I: Irrationale Zahlen {z.B.  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ , ...}  
Z: Ganze Zahlen {... -2, -1, 0, 1, 2, ...}  
N: Natürliche Zahlen {(0), 1, 2, 3, ...}

N ist Teilmenge von Z  
Z ist Teilmenge von Q  
Q ist Teilmenge von R  
I ist Teilmenge von R

Dipl.Ing.Bernhard Schleser  
Auf der Schmelz 2013/4  
4.Klasse V.1.0

Mathematik macht Spaß!

25.06.2013



## Rechenart

Rechenart	Term	Der Term heißt
Addition	$a + b$	Summe
Subtraktion	$a - b$	Differenz
Multiplikation	$a \cdot b = ab$	Produkt
Division	$a : b = a/b$ , oder $\frac{a}{b}$	Quotient oder Bruch
Radizieren	$\sqrt[n]{a}$	n-te Wurzel von a
Potenzieren	$a^n$	n-te Potenz zur Basis a
Logarithmieren	$\log_a b$	Logarithmus von b zur Basis a

Addieren	Bei gleichen Nennern $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$
	Bei verschiedenen Nennern $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$ ; $a + \frac{b}{c} = \frac{a}{1} + \frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c}$
Subtrahieren	Bei gleichen Nennern $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$
	Bei verschiedenen Nennern $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-cb}{bd}$ ; $a - \frac{b}{c} = \frac{a}{1} - \frac{b}{c} = \frac{ac-b}{c}$
Multiplizieren	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ ; $a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$
Dividieren	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ ; $a : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} : \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}$
Erweitern	$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ Der Zähler und der Nenner werden mit der selben Zahl multipliziert.
Kürzen	$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$ Der Zähler und der Nenner werden durch dieselbe Zahl dividiert.
Mehrfachbrüche	z.B. $\frac{a}{b + \frac{c}{d + \frac{e}{f}}} = \frac{a}{b + \frac{c}{\frac{df+e}{f}}} = \frac{a}{b + \frac{cf}{df+e}} = \frac{a}{\frac{b(df+e)+cf}{df+e}} = \frac{a(df+e)}{bdf+be+cf}$

## Potenzen/Wurzel

### Rechnen mit Potenzen

	Bei gleicher Basis	Bei gleichem Exponent
Multiplizieren	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$a^n \cdot b^n = (ab)^n$
Dividieren	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; a \neq 0.$ Wenn $n = m$ , dann $a^0 = 1$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n; b \neq 0.$
Potenzen von Potenzen	$(a^n)^m = a^{nm}$	

### Rechnen mit Wurzeln

	Bei gleichem Wurzelexponent
Multiplizieren	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}; a, b \geq 0$
Dividieren	$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a/b}; a \geq 0, b > 0$

Zusammenhang zwischen Wurzeln und Potenzen

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Zum Rechnen wandelt man Wurzeln in Potenzen um

## Binomische Formel/Pascalsches Dreieck

### Binomische Formeln

Erste binomische Formel:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Zweite binomische Formel:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Dritte binomische Formel:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & & (a+b)^0 = 1 \\ 1 & 1 & (a+b)^1 = 1a+1b \\ 1 & 2 & 1 & (a+b)^2 = 1a^2+2ab+1b^2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & (a+b)^3 = 1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & (a+b)^4 = 1a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+1b^4 \\ 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & (a+b)^5 = 1a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+1b^5 \\ & & \bullet & \bullet & \bullet & & \end{array}$$

Pascalsches Dreieck und binomische Formeln

## Prozent/Zinsen

$$\begin{array}{ccccccc} 30\% & & \text{von} & & 1300 \text{ kg} & = & \frac{30}{100} \bullet 1300 \text{ kg} = 390 \text{ kg} \\ & \uparrow & & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Prozentsatz: } p\% & & & & \text{Grundwert: } G & & \text{Prozentwert: } W \end{array}$$

Aus dem Prozentsatz  $p\%$  und dem Grundwert  $G$  berechnet man den **Prozentwert  $W$** :

Zinsformeln für jährliche Verzinsung:  $Z = K \cdot \frac{p}{100\%} \quad K = Z \cdot \frac{100\%}{p} \quad p = \frac{Z}{K} \cdot 100\%$   
 $Z = \text{Zinsen} \quad K = \text{Kapital} \quad p = \text{Zinssatz in } \%$

Zinsen nach Monaten berechnet:  $Z = K \cdot \frac{p}{100\%} \cdot \frac{m}{12 \text{ Monate}}$   $m = \text{Zeit in Monaten}$

Zinsen nach Tagen berechnet  $Z = K \cdot \frac{p}{100\%} \cdot \frac{t}{360 \text{ Tage}}$   $t = \text{Zeit in Tagen}$



**Zinseszins-Formel:** Das Kapital nach n-Jahren lässt sich mit der folgenden Formel berechnen:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$K_0$  : Anfangskapital

$K_n$  : Endkapital

$n$  : Anzahl der Jahre

$p$  : Zinssatz



## Logarithmus

Logarithmus zur Basis 10 (Zehner- oder dekadischer Logarithmus) [LOG]-Taste

$x = \lg(b) \Leftrightarrow 10^x = b$	$\lg(b \cdot c) = \lg(b) + \lg(c)$
$\lg\left(\frac{b}{c}\right) = \lg(b) - \lg(c)$	$\lg(b^c) = c \cdot \lg(b)$
$\lg(10) = 1 \quad \lg(1) = 0$	$b = 10^{\lg(b)} \quad b^x = 10^{x \cdot \lg(b)}$

Logarithmus zur Basis e (Natürlicher Logarithmus oder Logarithmus Naturalis)

$x = \ln(b) \Leftrightarrow e^x = b$	$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$
$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$
$\ln(e) = 1 \quad \ln(1) = 0$	$b = e^{\ln(b)} \quad b^x = e^{x \cdot \ln(b)}$

Umrechnung von einem Logarithmensystem in ein anderes.

$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$	$\log_3(5) = \frac{\lg(5)}{\lg(3)} = \frac{\ln(5)}{\ln(3)} \approx 1,4649735$
---	---

## Lineare Funktion

- Funktionsgleichung

$$f(x) = mx + t$$

- Steigung

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Schnittpunkt mit y-Achse

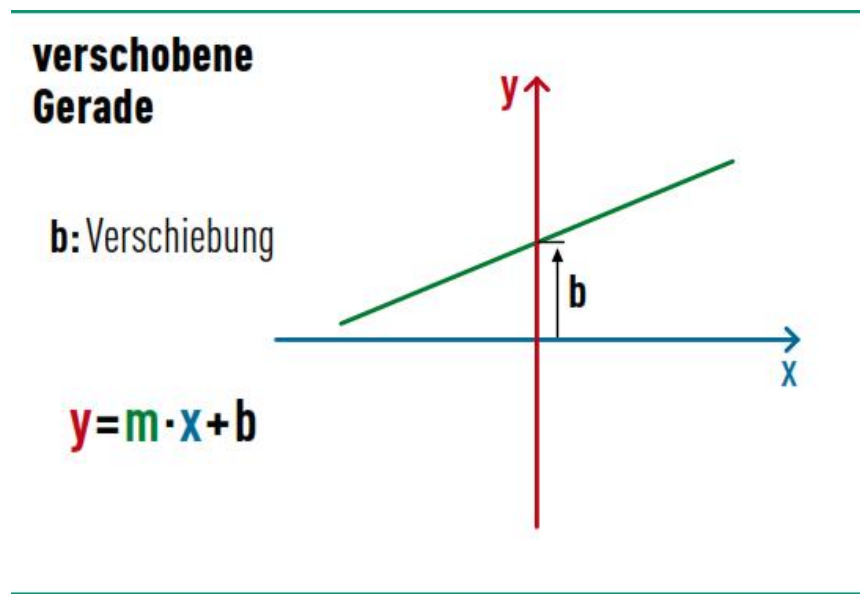
$$f(0) = m \cdot 0 + t = t$$

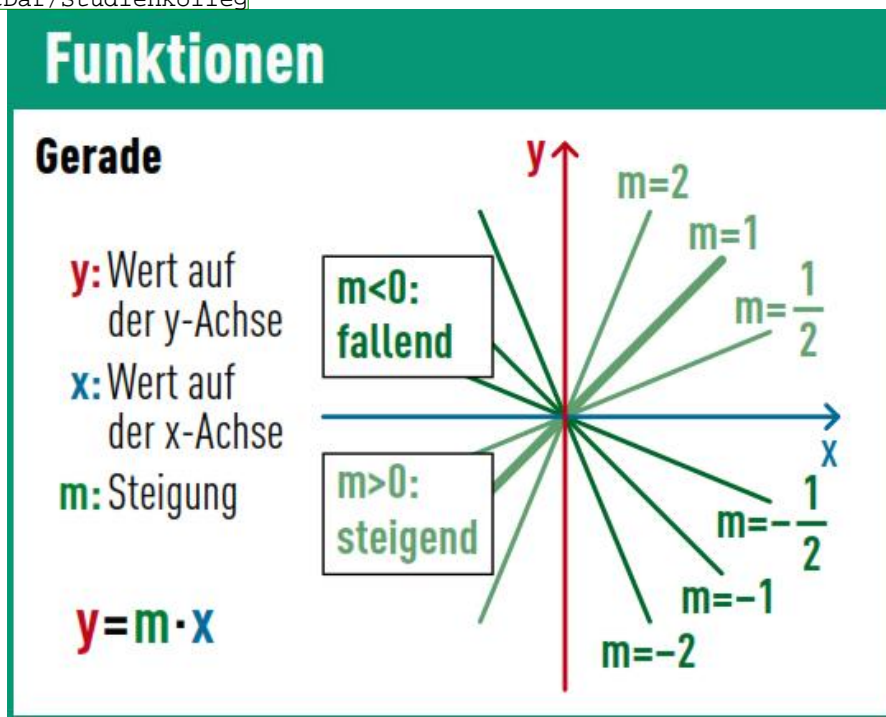
- Nullstellen (Schnittpunkt mit x-Achse)

– Funktionsgleichung gleich Null setzen  $f(x) = 0$  und nach  $x$  auflösen

$$mx + t = 0$$

$$x = -\frac{t}{m}$$





## Quadratische Funktion

### • Formen quadratischer Gleichungen

- allgemeine Form  $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Scheitelpunktform  $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$  mit Scheitelpunkt  $S(x_s|y_s)$
- Nullstellenform  $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$  mit Nullstellen  $N_1(x_1|0)$ ,  $N_2(x_2|0)$

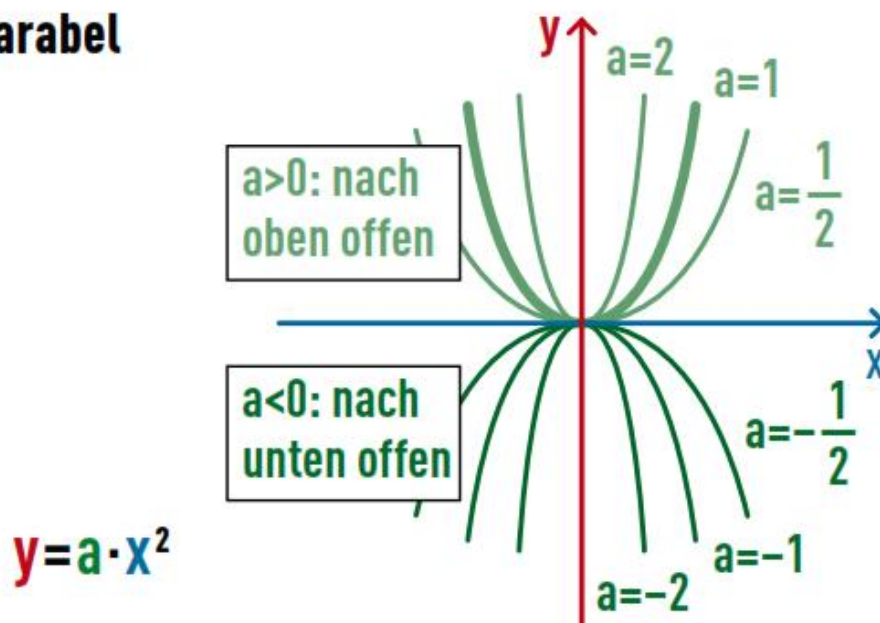
### Nullstellen

- für  $b = 0$   $\implies ax^2 + c = 0 \implies x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$
- für  $c = 0$   $\implies ax^2 + bx = x(ax + b) = 0 \implies x_1 = 0$  und  $x_2 = -\frac{b}{a}$
- für  $ax^2 + bx + c = 0$   $\implies x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

### Schnittpunkt mit der y-Achse

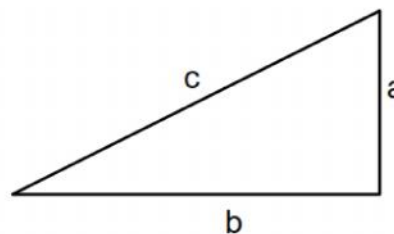
$$f(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c$$

## Parabel



## Trigonometrische Funktion

allgemein:      a: Gegenkathete  
                       b: Ankathete  
                       c: Hypothenuse



Sinus:             $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

Tangens:         $\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Kosinus:         $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

Kotangens:      $\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$

Sinus:

$$\sin(x + y) \neq \sin x + \sin y$$

$$\sin(x \pm y) = \cos y * \sin x \pm \cos x * \sin y$$

$$\sin(2x) = 2 * \sin x * \cos x$$

Kosinus:

$$\cos(x + y) = \cos x * \cos y - \sin x * \sin y$$

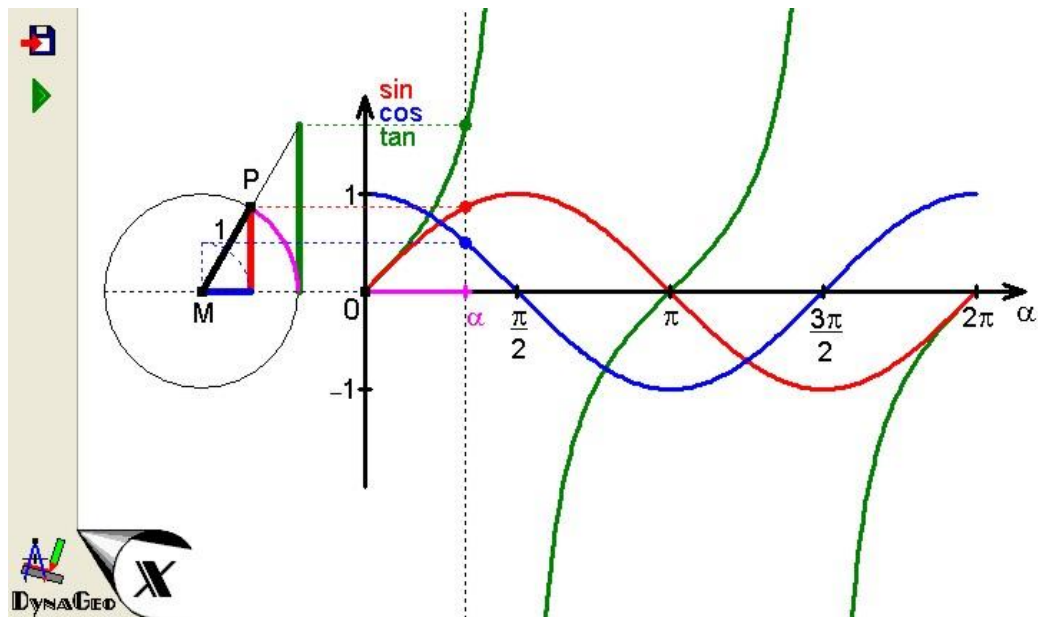
$$\cos(x - y) = \cos x * \cos y + \sin x * \sin y$$

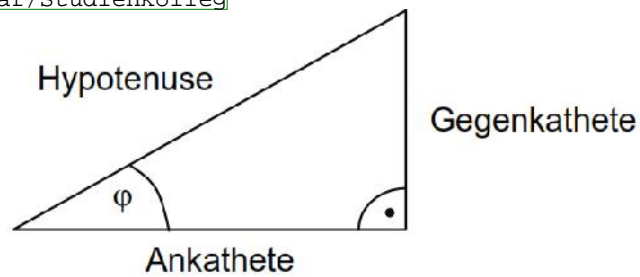
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$



$\alpha$	0	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tan x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm \infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0





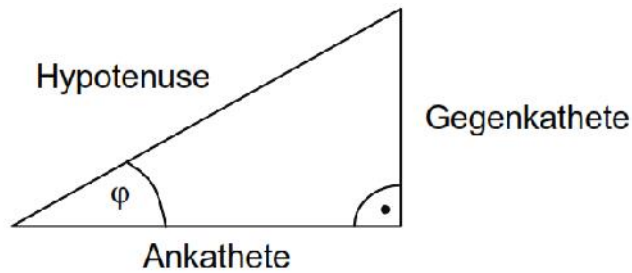
### Seitenverhältnisse

Sinus  $\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad (0^\circ < \varphi < 90^\circ)$

Cosinus  $\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Tangens  $\tan(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

### Arcusfunktion



$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \rightarrow \varphi = \sin^{-1} \cdot \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \rightarrow \varphi = \cos^{-1} \cdot \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

$\tan(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} \rightarrow \varphi = \tan^{-1} \cdot \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

## Einheitskreis

Vollwinkel besteht aus  $360^\circ$  oder  $2\pi$  rad, also ist

$$1^\circ = \frac{1}{360} \cdot 2\pi \text{ radians} = \frac{\pi}{180} \text{ radians,}$$

$$1 \text{ radian} = \frac{1}{2\pi} \cdot 360^\circ = \frac{180^\circ}{\pi}.$$

## Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

- wie Vektoren komponentenweise
- müssen gleich groß sein

$$3 * \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 29 & 31 \end{pmatrix}$$

Berechnung mit Tabelle:

		2	-1
		3	5
1	2	8	9
4	7	29	31

$$\Rightarrow 1 * 2 + 2 * 3 = 8$$

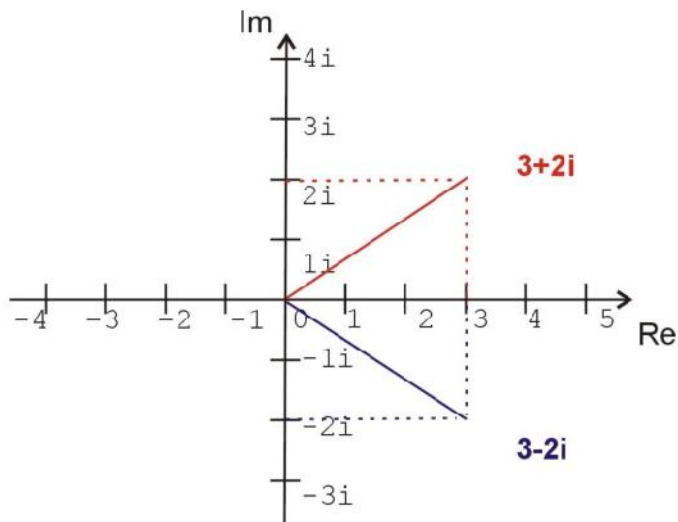
Schnittstelle der Matrizen muss passen:

$$A_{(m,n)} * B_{(n,p)} = C_{(m,p)}$$

Schnittstelle n muss passen (Zeilen, Spalten)

**Hinweis: nicht kommutativ**  $A * B \neq B * A$

## Komplexe Zahlen



Darstellung der komplexen Zahl im zweidimensionalen Raum.

→ Dadurch keine Vergleichbarkeit von komplexen Zahlen, da sich diese nicht anordnen lassen, wie auf einen Zahlenstrahl.

$$\sqrt{-1} = i \quad (\sqrt{-1})^2 = (-1)$$

→ Alle Rechnungen wie gewohnt aber  $i^2 = -1$ .

Komplexe Zahl:  $5 \pm 3i$  (Realteil, Imaginärteil)

### multiplikation

$$(a + bi) * (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$\text{Bsp: } (3 + 4i) * (2 + 3i) = (6 - 12) + (9 + 8)i = \underline{\underline{-6 + 17i}}$$

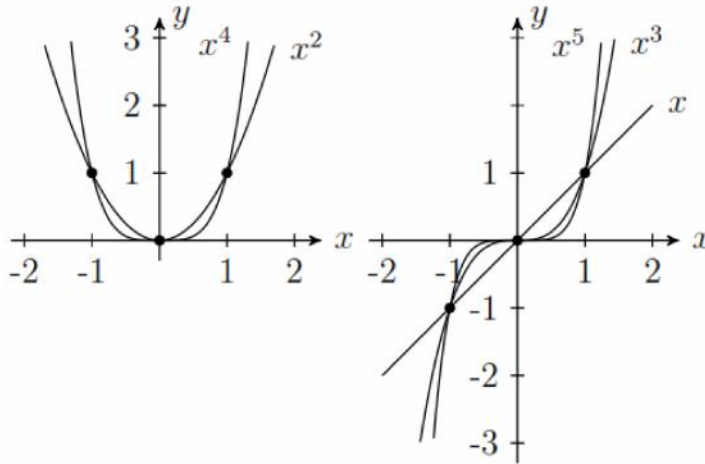
### Betrag

$$a \pm bi \quad |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2}$$

→ im Betrag taucht die komplexe Zahl  $i$  nicht auf

## Funktion mehrerer Klassen

### — Potenzfunktionen: $f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$



#### Exponent gerade

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$$

achsensymmetrisch

fallend für  $x \leq 0$ , steigend für  $x \geq 0$

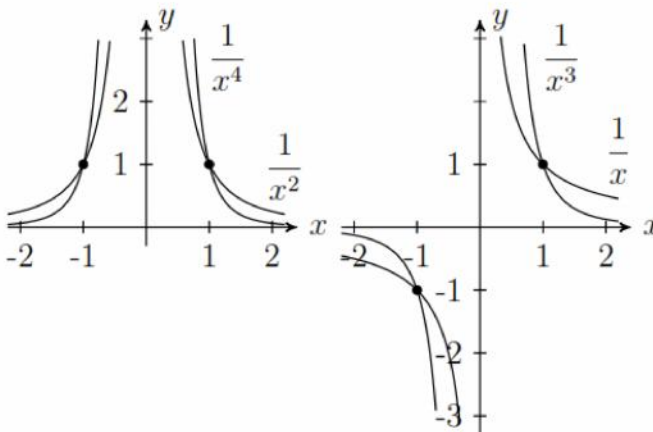
#### Exponent ungerade

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = \mathbb{R}$$

punktsymmetrisch

steigend

### — Hyperbeln: $f(x) = \frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}$



#### Exponent gerade

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \mathbb{W} = \mathbb{R}^+$$

achsensymmetrisch

steigend für  $x < 0$ , fallend für  $x > 0$

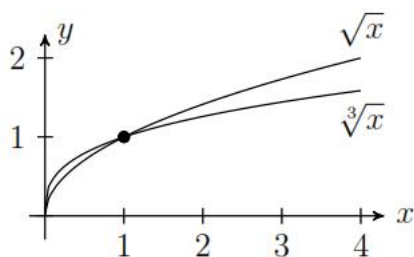
#### Exponent ungerade

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \mathbb{W} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

punktsymmetrisch

fallend für  $x < 0$  und  $x > 0$

### — Wurzeln: $f(x) = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}$



$$\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+, \mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$$

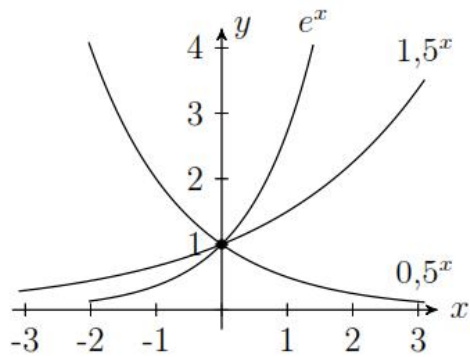
keine Symmetrie

steigend

Hinweis: Für ungerade Wurzelexponenten kann man die Funktion auch für  $x \in \mathbb{R}$  erklären durch  $f(x) = \begin{cases} \sqrt[n]{x} & \text{für } x \geq 0 \\ -\sqrt[n]{-x} & \text{für } x < 0 \end{cases}$ . In der Schule wird darauf üblicherweise nicht eingegangen.



■ **Exponentialfunktion:**  $f(x) = a^x, a > 0$



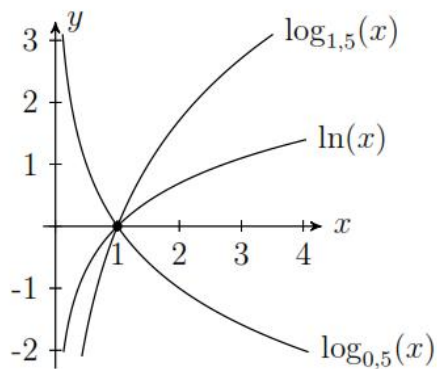
$\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = \mathbb{R}^+$

keine Symmetrie

steigend für  $a > 1$ , fallend für  $0 < a < 1$

$e =$  Eulersche Zahl,  $e \approx 2,718$

■ **Logarithmusfunktion:**  $f(x) = \log_a(x), a > 0$



$\mathbb{D} = \mathbb{R}^+, \mathbb{W} = \mathbb{R}$

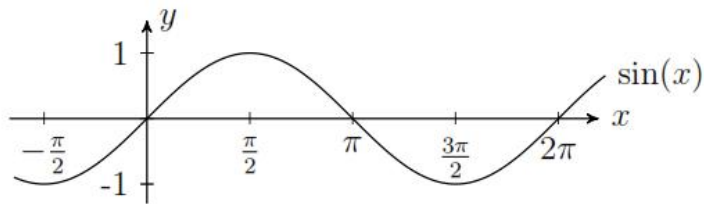
keine Symmetrie

steigend für  $a > 1$ , fallend für  $0 < a < 1$

$\ln(x)$  natürlicher Logarithmus (zur Basis  $e$ )

Hinweis: Die Logarithmusfunktion wird nicht immer behandelt.

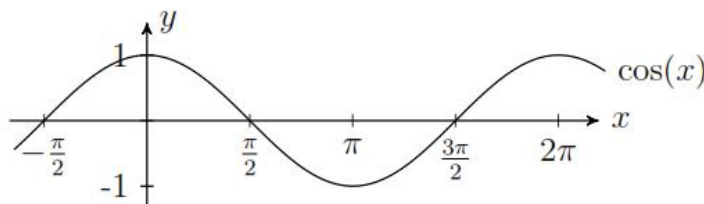
■ **Trigonometrische Funktionen:**  $f(x) = \sin(x), f(x) = \cos(x)$



$\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = [-1; 1]$

punktsymmetrisch

periodisch mit Periode  $p = 2\pi$



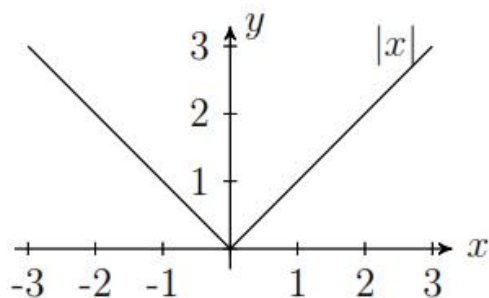
$\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = [-1; 1]$

achsensymmetrisch

periodisch mit Periode  $p = 2\pi$

■ **Betragsfunktion:**  $f(x) = |x|$  

---



$$\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$$

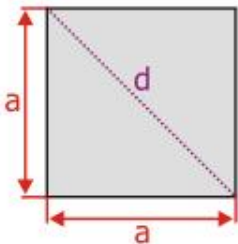
achsensymmetrisch

fallend für  $x \leq 0$ , steigend für  $x \geq 0$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x & \text{wenn } x < 0. \end{cases}$$

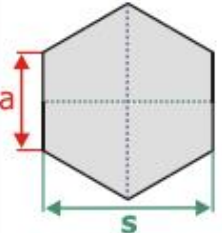
# Geometrie

**Quadrat**



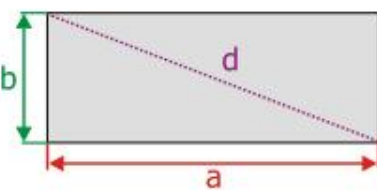
$A = a^2$   
 $d = a * 1,414$   
 $u = 4a$

**Reguläres Sechseck**



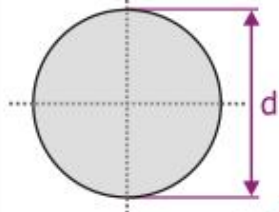
$s = a\sqrt{3}$   
 $= a * 1,732$   
 $A = \frac{3a^2}{2} * \sqrt{3}$

**Rechteck**



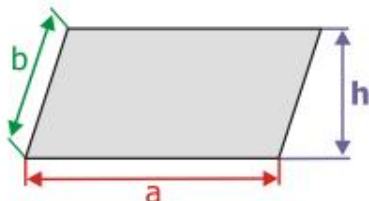
$A = a * b$   
 $a = A / b$   
 $b = A / a$   
 $u = 2 * (a + b)$   
 $a = u / 2 - b$   
 $d = \sqrt{(a^2 + b^2)}$

**Kreis**



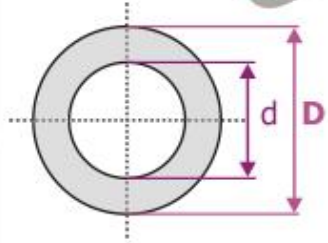
$u = d * \pi$   
 $d = \frac{u}{\pi}$   
 $A = \frac{d^2 \pi}{4}$

**Parallelogramm**



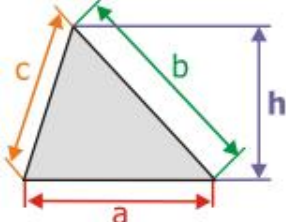
$A = a * h$   
 $a = A / h$   
 $h = A / a$   
 $u = 2 * (a + b)$   
 $a = u / 2 - b$

**Kreisring**



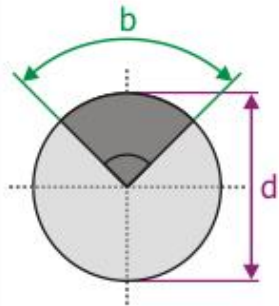
$A = \frac{\pi * (D^2 - d^2)}{4}$   
 $D = \sqrt{\frac{4A}{\pi} + d^2}$   
 $d = \sqrt{D^2 - \frac{4A}{\pi}}$

**Dreieck**



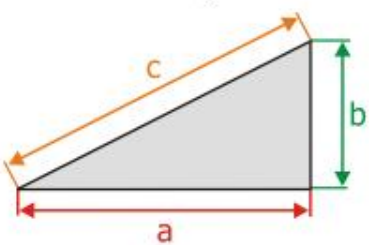
$A = a * h / 2$   
 $a = 2A / h$   
 $h = 2A / a$   
 $u = a + b + c$   
 $a = u - (b + c)$

**Kreisausschnitt (Sektor)**



$b = \frac{d * \pi * \alpha}{360}$   
 $A = \frac{b * d}{4}$   
 $d = \frac{4 * A}{b}$   
 $d = \frac{360 * b}{\pi * \alpha}$

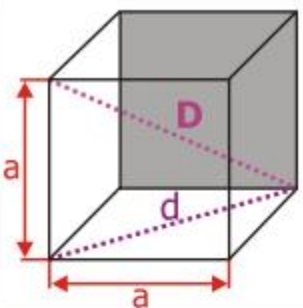
**Rechtwinkliges Dreieck (Pythagoras)**



$c^2 = a^2 + b^2$   
 $b^2 = c^2 - a^2$   
 $a^2 = c^2 - b^2$   
 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

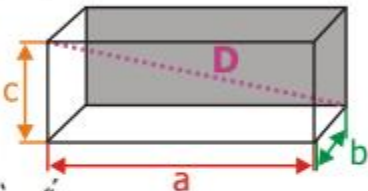


**Würfel**



$V = a^3$   
 $d = a * \sqrt{2}$   
 $D = a * \sqrt{3}$   
 $O = 6 * a^2$

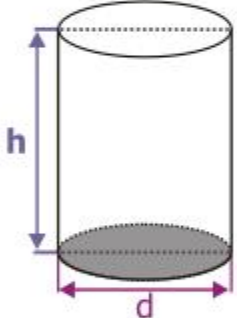
**Quader**



$V = a * b * c$   
 $a = \frac{V}{b * c}$   
 $b = \frac{V}{a * c}$

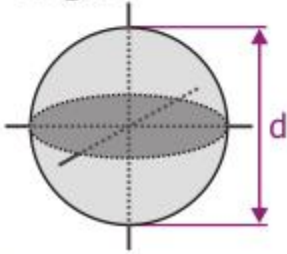
 mit Spass  
[www.rechen-mit-spess.ch](http://www.rechen-mit-spess.ch)

**Zylinder**



$V = \frac{d^2 * \pi * h}{4}$   
 $O = \frac{d * \pi (2h + d)}{2}$   
 $d = \sqrt{\frac{4V}{\pi * h}}$

**Kugel**



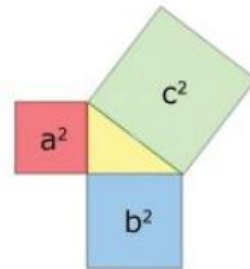
$V = \frac{d^3 * \pi}{6}$   
 $O = d^2 * \pi$   
 $d = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$

Satz des Pythagoras

$a^2 + b^2 = c^2$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

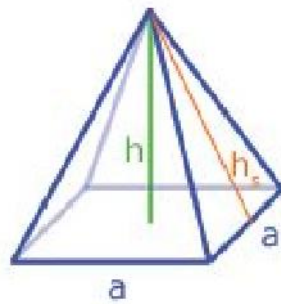


Trigonometrischer Pythagoras

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

**Abkürzungen**

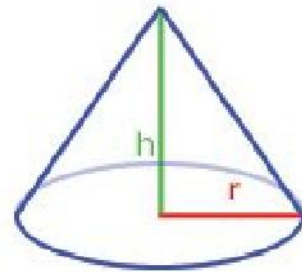
O = Oberfläche      V = Volumen      d = Diagonale      u = Umfang  
 A = Fläche (Englisch)      h = Höhe       $\alpha$  = Alpha       $\pi \cong 3.14$   
 (= Area)



### Quadratische Pyramide

Oberfläche:  $O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$

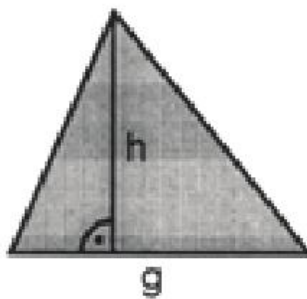
Volumen:  $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$



### Kegel

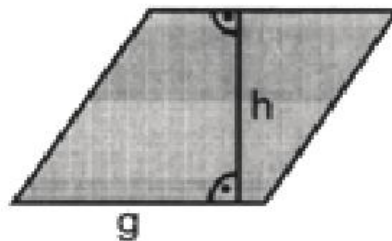
Oberfläche:  $O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot \sqrt{h^2 + r^2}$

Volumen:  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$



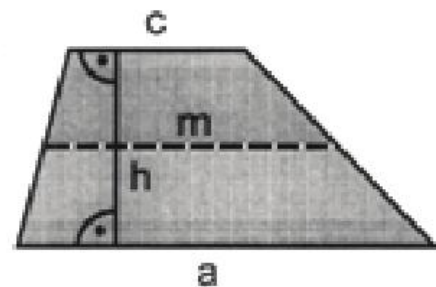
### Dreieck

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$



### Parallelogramm

$$A = g \cdot h$$

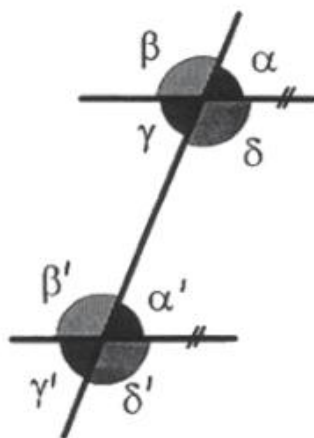


### Trapez

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$



## Winkel an geschnittenen Parallelen



Stufenwinkel

$$\alpha = \alpha'$$

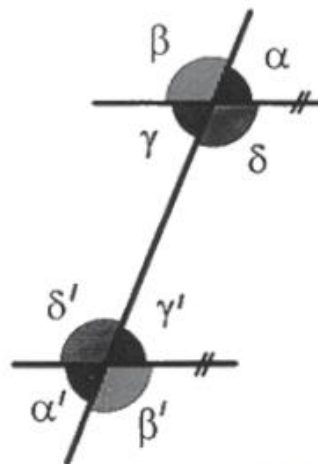
$$\beta = \beta'$$



Gegenwinkel

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ$$

$$\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ$$



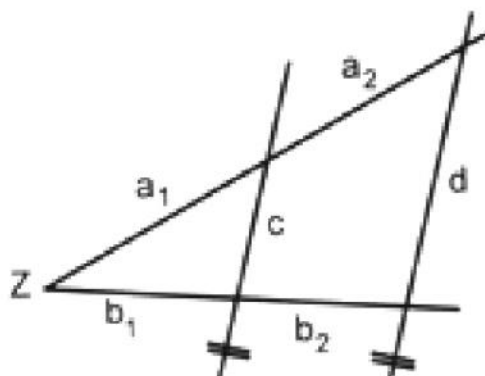
Wechselwinkel

$$\alpha = \alpha'$$

$$\beta = \beta'$$

## Strahlensätze

Werden zwei Halbgeraden, die von einem Punkt Z (Scheitel) ausgehen, von mindestens zwei Parallelen geschnitten, so heisst die Anordnung **Strahlensatzfigur**.



$a_n, b_n$  heissen  
**Strahlenabschnitte**

$c, d$  heissen  
 Parallelenabschnitte

### 1. Strahlensatz (Ohne Parallelenabschnitte)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{oder} \quad \frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{b_1}{b_1 + b_2}$$

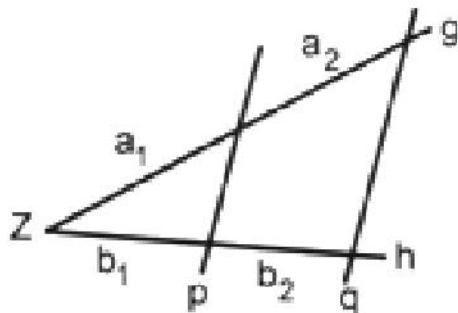
## 2. Strahlensatz (Mit Parallelenabschnitte)

$$\frac{c}{d} = \frac{a_1}{a_1 + a_2}$$

oder

$$\frac{c}{d} = \frac{b_1}{b_1 + b_2}$$

### Umkehrung des 1. Strahlensatzes



Gegeben sind:

Zwei Halbgeraden g und h mit gemeinsamen Anfangspunkt Z

Zwei Geraden p und q, welche die Halbgeraden schneiden.

Wenn  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$  dann sind p und q parallel.

Die **Umkehrung des 2. Strahlensatzes** gilt nicht!

## Ableitung und Aufleitung

$f(x)$	$f'(x)$
$c = \text{const}$	$0$
$x$	$1$
$a \cdot x$	$a$
$x^n$	$n \cdot x^{n-1}$
$ax^n$	$anx^{n-1}$
$ax^2$	$2ax$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$e^x$	$e^x$
$a^x$	$\ln a \cdot a^x$
$f(x)$	$f'(x)$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\log_a(x)$	$\frac{1}{\ln a \cdot x}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$

<b>Funktion</b>	<b>Ableitung</b>	<b>Regel</b>
$(f(x) + g(x))$	$f'(x) + g'(x)$	<i>Summenregel</i>
$(f(x) \cdot g(x))$	$(f'(x) \cdot g(x)) + (f(x) \cdot g'(x))$	<i>Produktregel</i>
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g(x)^2}$	<i>Quotientenregel</i>
$[f(g(x))]$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$	<i>Kettenregel</i>

<b>Funktion f(x)</b>	<b>Stammfunktion F(x)</b>
$x^n, n \neq 1$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$
$\frac{1}{x}, x \neq 0$	$\ln x  + c$
$n \cdot x^{n-1}$	$x^n + c$
$x^1 = x$	$\frac{1}{2}x^2 + c$
$2x$	$x^2 + c$
$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{n}{n+1}(\sqrt[n]{x})^{n+1} + c$
$\ln(x)$	$x \cdot \ln(x) - x + c$
$e^x$	$e^x + c$
$e^{z \cdot x}, z \neq 0$	$\frac{1}{z}e^{z \cdot x} + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Hinweis:  
nicht über Polstellen und  
Definitionslücken  
integrieren!

## Arithmetische Folgen

Bei arithmetischen Folgen ist die Differenz zweier benachbarter Folgeglieder konstant.  
Es gilt:  $a_{n+1} - a_n = d$  ( $d = \text{Differenz}$ )

*Beispiel:*  $\langle a_n \rangle = \langle 2; 6; 10; 14; 18 \dots \rangle$

+4 +4 +4 +4

Daraus ergibt sich ein allgemeines Bildungsgesetz für arithmetische Folgen:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

## Geometrische Folgen

Bei geometrischen Folgen ist der Quotient zweier benachbarter Folgeglieder konstant.

Es gilt  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$  ( $q = \text{Quotient}$ )

*Beispiel:*  $\langle a_n \rangle = \langle 2; 4; 8; 16; 32 \dots \rangle$

· 2 · 2 · 2 · 2

Daraus ergibt sich ein allgemeines Bildungsgesetz für geometrische Folgen:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$



**Diambil dari berbagai sumber:**

[www.ina-de-brabandt.de](http://www.ina-de-brabandt.de)

[www.Fernstudium-Wiwi.de](http://www.Fernstudium-Wiwi.de)

Glege

Gemometrie: Niklaus Burren

[www.lernen-mit-spass.ch](http://www.lernen-mit-spass.ch)



Studienkolleg Konstanz